Opłata pocztowa ryczałtowa.

Nakład 1.750 egz.

Nr. 1 Warszawa, dnia 25 stycznia 1938 r. Rok XVI.

# TECHNIKA CIEPLNA

Czasopismo Związku Stowarzyszeń Dozoru Kotłów w Polsce

**Parowozy** dla pociągów kurierskich, osobowych i towarowych.
**Wagony osobowe,** restauracyjne, sypialne, pocztowe w nowoczesnym całostalowym wykonaniu.
**Wagony towarowe:** węglarki, platformy, chłodnie cysterny do transportu kwasów i gazów.
**Kotły parowe** do największych wymiarów, najwyższych używanych ciśnień, przegrzewu pary, do opału węglem, pyłem węglowym lub gazami. Kotły parowe opromieniowane „Lopulco".
**Ekonomizery** pat. „Stierle" i ogrzewacze powietrza.
**Ruszty mechaniczne** przystosowane do palenia miałem węglowym. Ruszty łuskowe „KSG" i podsuwowe.
**Urządzenia chłodnicze.**
**Zbiorniki do gazów,** o zamknięciu wodnym i suchym (pat. Klönne).
**Zbiorniki do płynów.**
**Wieże antenowe i radionadawcze.**
**Urządzenia transportowe,** suwnice podnośniki i przenośniki stałe i przewoźne, urządzenia do masowego transportu.
**Kompletne instalacje dla cukrowni** rafinerii cukru, gorzelni, rektyfikacji i syropiarni.
**Aparatura dla przemysłu chemicznego** specjalnie przemysłu związków azotowych, suchej destylacji i ekstrakcji drzewa i węgla, prochowni, gazowni. Wyłączna licencja f-my „Barbet" Paryż, obejmująca destylację i rektyfikację alkoholu, benzolu, ropy ziemuej i t. p.
**Specjalne precyzyjne wyroby mechaniczne.**
**Odlewy** żeliwne, stalowe i z bronzu.
**Narzędzia** wszelkiego rodzaju.
**Maszyny rolnicze** wszelkiego rodzaju.

**p r o d u k u j e**

# H. CEGIELSKI, SP. AKC.

**POZNAŃ**
**ul. Górna Wilda 136**

**Telefon: 70-56**
**Adres telegraficzny: „HACEGIELSKI"**

**KOSZTORYSY NA ŻĄDANIE BEZPŁATNIE.**

# LABORATORIA STOWARZYSZEŃ DOZORU KOTŁÓW W POLSCE

WYKONYWUJĄ NASTĘPUJĄCE ROBOTY BADAWCZE:

**STOWARZYSZENIE DOZORU KOTŁÓW w KATOWICACH, ul. Opolsk 11, tel. 337-31**

oznaczenie wartości opałowej paliwa i badania wody do zasilania kotłów parowych.

**STOWARZYSZENIE DOZORU KOTŁÓW w POZNANIU, ul. Ogrodow 11, tel. 30-14**

badania wytrzymałościowe i metalograficzne materiałów kotłowych oraz badania wody zasilającej.

**STOWARZYSZENIE DOZORU KOTŁÓW w WARSZAWIE**

badania wartości opałowej paliwa

LABORATORIUM W DĄBROWIE GÓRNICZEJ,
UL. SIENKIEWICZA 7, TEL. 1-01

badania wody

LABORATORIUM WE LWOWIE,
UL. ŚW. TERESY 10, TEL. 219-31

PRZED WYSŁANIEM PRÓBKI NALEŻY POROZUMIEĆ SIĘ Z WŁAŚCIWYM LABORATORIUM.

№ 1 Warszawa, 25 stycznia 1938 r. Rok XVI

# TECHNIKA CIEPLNA

CZASOPISMO ZWIĄZKU STOWARZYSZEŃ DOZORU KOTŁÓW W POLSCE

REDAKTOR: Inż. techn. JAN KOMARNICKI.
Wydawca: Związek Stowarzyszeń Dozoru Kotłów w Polsce.
REDAKCJA I ADMINISTRACJA: WARSZAWA, PIUSA XI, 32, m. 6. TEL. 8-81-47.
GODZINY BIUROWE ADMINISTRACJI — CODZIENNIE, OD 10 DO 15.

*Prof. Dr. Inż. WŁODZIMIERZ BURZYŃSKI*

# KILKA ZAGADNIEŃ Z DZIEDZINY PŁYTY KOŁOWEJ OSIOWO SYMETRYCZNIE OBCIĄŻONEJ.

## 1.

Już prosty wzór:

$$L = \frac{e^2 \sigma}{6}$$

wiążący wysokość $e$ prostokątnego przekroju pręta z odniesionym do jednostki jego szerokości momentem zginającym $L$ budzi pewne wątpliwości gdy za $\sigma$ uważać będziemy naprężenie bezpieczne jednoosiowego rozciągania. Gdy materiał pręta będzie z gatunku ciągliwych, a udźwig bezpieczny odnosić będziemy do granicy płynności, wtedy zważyć będziemy musieli, że lokalne osiągnięcie tej granicy w włóknach skrajnych pręta nie stanowi jeszcze pełnego niebezpieczeństwa dla udźwigu pręta. Gdy zaś materiał pręta będzie z gatunku kruchych, a udźwig bezpieczny porównywać będziemy z odnośnym na granicy wytrzymałości, wtedy znów zważyć będziemy musieli na to, że wzór powyższy stanowi tylko przybliżenie odnośnego dokładniejszego, nie sugerującego się ważnością prawa Hooke'a tam, gdzie o nim nie może być mowy. Możemy wzór łatwo skorygować przyjmując — jak się to powszechnie robi — że wielkość $\sigma$ jest naprężeniem bezpiecznym jednoosiowego zginania. Operacja ta nie zawsze jest poprawną, albowiem tak przyjęte $\sigma$ zależy między innymi od postaci przekroju zginanego pręta. W naszych rozważaniach będziemy jednak mieli na myśli stale tylko przekrój prostokątny.

Rzecz komplikuje się gdy przejdziemy do płyty. W dowolnym jej miejscu istnieje bowiem dwuosiowe zginanie momentami $M$ i $N$. Przyjąwszy nawet za jednostkę charakterystyczną powyżej zdefiniowane $\sigma$, nie wiemy jeszcze ile wynosi miarodajny do obliczenia moment zastępczy $L$. Sprawa przedstawia się stosunkowo prosto dla materiałów ciągliwych. Możemy na podstawie wieloletnich i wyczerpujących doświadczeń dopuścić do konkurencji co najwyżej dwa zapatrywania. Według dokładniejszego jest:

$$L = \sqrt{M^2 - MN + N^2}$$

według drugiego zaś, mniej poprawnego, jest:

$$L = W(M, N) \qquad \text{sign } M = \text{sign } N$$

$$L = N - M \qquad \text{sign } M \neq \text{sign } N$$

przy czym symbol $W$ oznacza tu skrót: „większa z dwóch wartości". Hypoteza pierwsza daje na ogół mniejsze wartości $L$ od tych, jakie wynikają z drugiej. Różnice jednak nie przekraczają 15,5%. Pierwsza posiada poza tym tę wyższość nad drugą, iż wyraża się jednolicie niezależnie od znaków $M$, $N$. W zagadnieniach dalszych stosować jednak będziemy hypotezę drugą z powodów, które zaraz wyjdą na jaw. Wypadek różnych znaków algebraicznych $M$ i $N$ może się oczywiście w płycie zdarzyć; okaże się wtedy jednak, że odnośnemu miejscu nie przynależy największa możliwa wartość $L$. Tak będzie w każdym razie w omawianych przez nas zadaniach. W tych warunkach jednak staje się drugi sposób zapatrywania prostszy od pierwszego. Ponieważ zaś do owych skrajnych wypadków z błędem 15,5% nigdy nie dojdziemy, przeto w rezultacie operować będziemy bardzo prostym warunkiem, który pozwoli nam wyznaczyć grubość $e$ płyty z błędem nie przekraczającym kilku procent.

Musimy zaraz dodać, że istnieje drugi ważniejszy powód naszej decyzji. Nie wiemy mianowicie jak postąpić w wypadku materiałów kruchych. Mamy w zapasie bardzo dokładną odpowiedź wtedy, gdy znaki momentów $M$, $N$ są różne. Niestety, przed chwilą wspomnieliśmy, że jest to bez szczególnego znaczenia; z tego powodu nie podajemy nawet odnośnej formuły dla $L$. Gdy znaki momentów $M$, $N$ są równe jesteśmy w kłopocie. Rzecz tkwi poprostu w tym, że mamy do

dyspozycji zbyt mało i to niezupełnie dokładnych doświadczeń, wyjaśniających o ile wytrzymałość dwuosiowego równomiernego rozciągania jest mniejsza od odnośnej jednoosiowego rozciągania; wykładnik tego stosunku dla jednych i tych samych materiałów waha się od 1 nawet do 2. Nie widzimy przeto żadnej słuszności naukowej w podawaniu w jednej i tej samej notatce obok siebie formuł służących do jednego ostatecznego celu, a odznaczających się różnym stopniem dokładności. Sprawę zaś materiałów kruchych załatwimy w ten sposób, że — jak dla materiałów ciągliwych — za miarę wytężenia uznamy największy liczebnie moment, jednak odnośne naprężenie jednoosiowego zginania $\sigma$ zaopatrzymy współczynnikiem zmniejszającym $\alpha^2$, dla którego wprowadzimy pewne prawdopodobne wartości wysnute z dotychczasowych doświadczeń i opartych na nich poglądów.

Reasumując podajemy następujący krótki wzór:

$$L = \frac{e^2}{6}\frac{\sigma}{\alpha^2}$$

w którym $L$ oznacza liczebnie większy moment $M, N$. Dla zupełności dodajmy, że wymiarem tych momentów jest *kgcm/cm*. Będziemy przyjmować: $\alpha = 1$ dla stali, niklu, miedzi, aluminium, $\alpha = 1{,}1$ dla staliwa, wreszcie $\alpha = 1{,}2$ dla żeliwa. Objektywnie przyznajemy, że wartości te podlegają dyskusji.

2.

Punktem wyjścia dla rozważań z dziedziny teorii płyt jest równanie różniczkowe odkształconej powierzchni środkowej płyty. W przypadku płyty kołowej osiowo symetrycznie obciążonej, warunki rozwiązania upraszczają się wybitnie. Całka odnośnego równania brzmi:

$$w = v + a_1 + a_2 r^2 + a_3 r^2 \ln r + a_4 \ln r$$

gdzie $r$ oznacza współrzędną radialną miejsca, a $w$ przemieszczenie tego miejsca. Wielkość $v$ jest funkcją prostopadłego do płyty obciążenia $p$, wyrażającą się w przypadku stałej grubości $e$ płyty jak następuje:

$$v = \int \frac{dr}{r} \int r\,u\,dr \qquad u = \frac{1}{B} \int \frac{dr}{r} \int r\,p\,dr$$

Wyrażona stałą sprężystości $E$, ułamkiem Poissona $\mu$ i momentem bezwładności $\frac{e^3}{12}$ wielkość:

$$B = \frac{E\,e^3}{12(1 - \mu^2)}$$

o wymiarze *kgcm²/cm* oznacza sztywność zginania płyty. Wielkość $p$ o wymiarze *kg/cm²* wstawiamy powyżej ze znakiem dodatnim gdy jej kierunek jest zgodny z obranym dodatnim kierunkiem osi przemieszczeń $w$.

Znajomość funkcji $w$ rozwiązuje zagadnienie pod każdym względem. Za wielkości poszukiwane uważa się między innymi siłę poprzeczną i przede wszystkim momenty zginające. Siła poprzeczna $T$ o wymiarze *kg/cm* istnieje jedynie w przekrojach walcowych $r$. Siłę tę:

$$T = -B \cdot \frac{d}{dr}\left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr}\right)$$

uważamy za dodatnią gdy w przekrojach o normalnej zewnętrznej zgodnej z dodatnim kierunkiem osi $r$ ma ona zwrot zgodny z dodatnim kierunkiem osi $w$. Dla momentów zginających $M$ w przekroju walcowym $r$ i $N$ w przekroju południkowym, a to:

$$M = -B\left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \mu \frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr}\right)$$

$$N = -B\left(\mu \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr}\right)$$

wyrażamy umowę co do znaków najkrócej — jakkolwiek nie najściślej — w ten sposób, że uważamy każdy z nich za dodatni gdy ze zwrotów ich sądząc usiłuje każdy z nich płytę wygiąć wypukłością w kierunku dodatniej osi $w$.

Różnorodność zagadnień wywołana jest rozmaitością obciążeń $p$ z jednej strony, a rozmaitością sposobów podparcia brzegu płyty względnie pośredniczenia jego we współdziałaniu z dalszymi innymi częściami układu z drugiej. Z odnośnych warunków brzegowych względnie pośredniczących znachodzimy stałe $a_1$, $a_2$, $a_3$, $a_4$.

3.

Gdy miejsce $r = 0$ przynależy materialnie do rozważanego obszaru płyty można niezależnie od $p$ uwzględnić niektóre warunki i skrócić przez to równanie dla $w$. I tak z żądania skończonego $w$ względnie zerowego $\frac{dw}{dr}$ dla $r = 0$ wynika $a_4 = 0$; podobnież z wymogu $T = 0$ względnie $M = N$ dla $r = 0$ otrzymujemy $a_3 = 0$. Przyjąwszy wreszcie krótko $w = 0$ dla brzegu $r = a$ rozważanego obszaru (który nie koniecznie musi być w tym miejscu podparty) znajdziemy:

$$a_1 = -a_2 a^2 - v_a$$

gdzie $v_a$ oznacza wartość funkcji $v$ dla $r = a$. W rezultacie równanie powierzchni odkształconej brzmi w tym wypadku:

$$w = -(v_a - v) - a_2 (a^2 - r^2)$$

Tu należą trzy najprostsze powszechnie znane rozwiązania.

Załóżmy brak obciążenia powierzchniowego t. j. $p = 0$ i przyjmijmy, że jedynie brzeg $r = a$ nałożyliśmy momentami $M = K$. Wobec tego będzie $v = v_a = 0$ i w dalszym ciągu:

$$w = \frac{K}{2B(1+\mu)}(a^2 - r^2)$$

$$T = 0,\ M = N = K$$

Oczywiście wynika stąd, że w każdym dowolnie zorientowanym byleby prostopadłym do płyty przekroju istnieje niezależny od $r$ moment zginający $K$. Moment zastępczy wynosi tu dokładnie:

$$L = K$$

W dwóch następnych wypadkach zakładamy na całej powierzchni $a^2\pi$ stałe obciążenie powierzchniowe $p$. Tym samym mamy tu:

$$v = \frac{p\,r^4}{64\,B}$$

i niezależnie od warunków brzegowych:

$$T = -\frac{p\,r}{2}$$

Dla płyty swobodnie podpartej spełniamy warunek $M = 0$ dla $r = a$ i otrzymujemy po ukończeniu rachunków:

$$w = \frac{p}{64\,(1+\mu)\,B}(a^2-r^2)[5\,a^2-r^2+\mu\,(a^2-r^2)]$$

$$M = \frac{p}{16}(3+\mu)(a^2-r^2)$$

$$N = \frac{p}{16}[3\,a^2 - r^2 + \mu\,(a^2 - 3\,r^2)]$$

Rezultaty szczególne dla $r = 0$ względnie $r = a$ brzmią:

$$M_0 = N_0 = \frac{p\,a^2}{16}(3+\mu)$$

$$M_a = 0,\ N_a = \frac{p\,a^2}{8}(1-\mu)$$

Z przebiegu momentów wynika wprost, że dokładnie jest:

$$L = \frac{p\,a^2}{16}(3+\mu)$$

Dla płyty z brzegiem dokładnie utwierdzonym spełniamy warunek $\frac{dw}{dr} = 0$ dla $r = a$ i w rezultacie mamy:

$$w = \frac{p}{64\,B}(a^2 - r^2)^2$$

$$M = \frac{p}{16}[a^2 - 3\,r^2 + \mu\,(a^2 - r^2)]$$

$$N = \frac{p}{16}[a^2 - r^2 + \mu\,(a^2 - 3\,r^2)]$$

Z wynikami szczególnymi dla $r = 0$ względnie $r = a$:

$$M_0 = N_0 = \frac{p\,a^2}{16}(1+\mu)$$

$$M_a = -\frac{p\,a^2}{8},\qquad N_a = -\frac{p\,a^2}{8}\cdot\mu$$

Tutaj w dobrym przybliżeniu jest:

$$L = \frac{p\,a^2}{8}$$

Dla celów ustępu następnego będziemy opatrywać rozwiązanie dla płyty podpartej górnym wskaźnikiem [1], dla płyty zaś utwierdzonej górnym wskaźnikiem [1]; to nieco wadliwe znakowanie nie doprowadzi nas do nieporozumień. Zanotujmy tu od razu:

$$w^0 - w^1 = \frac{p\,a^2}{16\,B\,(1+\mu)}(a^2 - r^2)$$

$$T^0 - T^1 = 0,\ M^0 - M^1 = N^0 - N^1 = \frac{p\,a^2}{8}$$

4.

Oba ostatnio omawiane wypadki możemy zebrać w jeden, zyskując w ten sposób na ogólności i zbliżając się lepiej do rzeczywistych warunków zastosowań płyt. Założymy w tym celu, że brzeg płyty jest sprężyście umocowany t. j. że dla $r = a$ jest $\frac{dw}{dr}$ proporcjonalne do tam istniejącego momentu $M = M_a$. Zważywszy, że obracalność brzegu rośnie w tych samych warunkach z rozpiętością płyty, a maleje ze wzrostem jej sztywności zginania wprowadzimy jako znamię obracalności wielkość złożoną wymiarze $\frac{1}{kg}$

$$\frac{a}{B\,(1+\mu)}\cdot\frac{1-k}{k},$$

tak, że pozostający do spełnienia warunek wymaga: $\frac{dw}{dr} = \frac{a}{B\,(1+\mu)}\cdot\frac{1-k}{k}\cdot M$ dla

$r = a$. Przez taki pozornie skomplikowany obiór cechy podparcia zyskujemy przede wszystkim to, że $k$ jest liczbą niemianowaną, a poza tym, że liczba ta waha w dość ciasnych granicach. Ponieważ mianowicie pod $M$ rozumiemy wartość algebraiczną przeto z konieczności spełniona musi być nierówność: $\infty \geqslant \frac{1-k}{k} \geqslant 0$, z której znów wynika ograniczenie:

$$1 \geqslant k \geqslant 0$$

Z budowy warunku brzegowego wynika, że wartości skrajnej $k = 0$ przypisać równocześnie musimy na brzegu $M = 0$; jest to przeto wypadek swobodnego podparcia brzegu. Wartości skrajnej $k = 1$ odpowiada wprost $\frac{dw}{dr} = 0$; jest to więc wypadek doskonałego utwierdzenia brzegu. Zatem pośrednim $k$ odpowiadają wszelkie inne częściowe umocowania brzegu. Ogólnie rzecz biorąc przyjęcia wartości $k$ dokonać można po rozpatrzeniu dalszych części układu poza okręgiem $r = a$. Tą częścią układu $r \geqslant a$ może być albo dalszy ciąg tej samej płyty, albo układ o innym w ogóle kształcie geometrycznym; w szczególności może nim być podpierające łożysko o szczególnych własnościach konstrukcyjnych. Przy tej sposobności wypowiemy tu pewien wstrzemięźliwy pogląd. Osiągnięcie wypadku $k = 1$ nie jest w zasadzie wykluczone, jednak wymaga ono pewnych szczególnych zabiegów. W szczególności nie wystarcza do tego celu sama tylko obecność reszty układu; ta dalsza część układu musi być celowo obciążona. W układach tego rodzaju np jak najrozmaitsze zbiorniki pod ciśnieniem wewnętrznym, w których płyty spełniają rolę zamykającego układ dna, ogólnie rzecz biorąc wypadek $k = 1$ nigdy nie zachodzi. Sądzę, że za górną granicę przyjąć tu można $k = \frac{4}{5}$, przy czym przyjęciem tym nie będzie powodować zbytnia ostrożność.

Wracając do tematu uwzględnijmy wyżej sprecyzowany warunek brzegowy. Unikając— w miarę możności — zbyt długich wzorów możemy rezultat dla funkcji $w$ przedstawić następująco:

$$w = w^0 - (w^0 - w^1) . k$$

przy czym oznaczenia $w^0$, $w^1$ scharakteryzowano w ustępie poprzednim. Zauważywszy mimochodem jak celowym był niedawny obiór budowy współczynnika podatności utwierdzenia możemy zająć się interesującymi nas momentami $M$, $N$. Otóż najwidoczniej dla tych ostatnich uzyskamy identycznie zbudowane wzory t. j. — po zużytkowaniu relacji podanej na końcu poprzedniego ustępu —:

$$M = M^0 - \frac{p\ a^2}{8} . k$$

$$N = N^0 - \frac{p\ a^2}{8} . k$$

Zatem sprężyste umocowanie brzegu płyty pomniejsza oba momenty $M^0$, $N^0$ płyty swobodnie podpartej o ten sam moment:

$$K = \frac{p\ a^2}{8} . k$$

niezależny od współrzędnej $r$. Wartości szczególne dla $r = 0$ względnie $r = a$ brzmią:

$$M_0 = N_0 = M_0{}^0 - K = N_0{}^0 - K$$

$$M_a = M_a{}^0 - K, \quad N_a = N_a{}^0 - K$$

przy czym wartości szczególne $M_0{}^0, N_0{}^0, M_a{}^0, N_a{}^0$ podano w ustępie poprzednim.

Pytamy obecnie oczywiście o moment zastępczy $L$. Ten jest widocznie zależny tu od wartości $k$. Stosując wyłuszczone w ust. 1 przybliżone dla materiałów ciągliwych zapatrywanie znajdziemy przy $\mu \geqslant \frac{1}{5}$.

$$L = M_0 = N_0, \qquad k \leqslant \frac{3+\mu}{4}$$

$$L = - M_a, \qquad k \geqslant \frac{3+\mu}{4}$$

Zauważmy, że w podanych warunkach jest: $\frac{3+\mu}{4} \geqslant \frac{4}{5}$. Zgodnie przeto z naszymi niedawno wyjaśnionymi poglądami miarodajnym momentem zastępczym w większości wypadków okaże się moment w środku płyty.

Okazało się przy tej sposobności, że do dalszych operacji nie będą nam potrzebne wielkości charakterystyczne płyty doskonale utwierdzonej, bo obędziemy się odnośnymi swobodnie podpartej tudzież współczynnikiem $k$ Wobec tego kasujemy górne wskaźniki dla obu wypadków, dla płyty zaś wolnopodpartej wprowadzamy nowe oznaczenia, a to w miejsce $w$, $M$, $N$ pisać będziemy w dalszym ciągu $m$, $W$, $V$. To drobne zamieszanie „stylistyczne" pozwoli nam obyć się bez podwójnych wskaźników, do których użycia byliśmy przed chwilą okolicznościami zmuszeni.

5.

Przypadek, którym zajmiemy się obecnie jest nieco bardziej skomplikowany. Płyta

kołowa o promieniu $b$ podparta jest na współśrodkowym kole o promieniu $a$; obok obciążenia o stałym natężeniu $p$ na polu $a^2\pi$ wprowadzamy dodatkowe o stałym natężeniu $P$ $kg/cm$ na obwodzie $2b\pi$. Obciążenie $P$ skierowane jest niezgodnie z dodatnim kierunkiem osi $w$, tak że reakcja jednostkowa podparcia:

$$Q = P\frac{b}{a} - \frac{pa}{2}$$

jest skierowana zgodnie z dodatnim kierunkiem osi $w$ gdy $P > \frac{pa^2}{2b}$.

Obecnie odróżniać musimy obszar $0 \leqslant r \leqslant a$ $a \leqslant r \leqslant b$ z zanotowaniem skoku siły $T$ dla $r = a$. W pierwszym z nich — nazwijmy go wewnętrznym — dysponujemy bez zmiany równaniem:

$$w = w_w = -\frac{p}{64B}(a^4 - r^4) - a_2(a^2 - r^2)$$

W drugim — zewnętrznym — jest wprawdzie: $v = 0$, ale wprowadzić musimy wszystkie stałe całkowania, co daje:

$$w = w_z = b_1 + b_2 r^2 + b_3 r^2 \ln r + b_4 \ln r$$

Warunki pośredniczące między obu obszarami t. j. dla $r = a$ brzmią: $w_z = w_w\ (= 0)$, $\frac{dw_z}{dr} = \frac{dw_w}{dr}$, $\frac{d^2w_z}{dr^2} = \frac{d^2w_w}{dr^2}$. Dołączywszy do nich dla $r = b$ warunki brzegowe: $T = -P$, $M = 0$ otrzymujemy komplet, z którego wyznaczyć możemy pięć stałych niewiadomych.

Pomijając, dla zyskania na miejscu, rachunki szczegółowe podamy wyniki końcowe wprowadziwszy dla skrócenia pisowni symbole:

$$\varphi(\ ) = 1 - (\ )^2 - 2\,ln(\ ), \quad \psi(\ ) = 1 - (\ )^2 = 2\,ln(\ ).$$

Dla obszaru: $0 \leqslant r \leqslant a$ mamy:

$$w = m - \frac{pa^2}{32B}\cdot\frac{1-\mu}{1+\mu}\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)(a^2 - r^2) + \frac{Pb}{8B(1+\mu)}(a^2 - r^2)\left[\varphi\left(\frac{b}{a}\right) - \mu\psi\left(\frac{a}{b}\right)\right]$$

$$T = -\frac{pr}{2} \text{ (excl. } r = a)$$

$$M = W - \frac{pa^2}{16}(1-\mu)\left(1-\frac{a^2}{b^2}\right) + \frac{Pb}{4}\left[\varphi\left(\frac{a}{b}\right) - \mu\psi\left(\frac{a}{b}\right)\right]$$

$$N = V - \frac{pa^2}{16}(1-\mu)\left(1-\frac{a^2}{b^2}\right) + \frac{Pb}{4}\left[\varphi\left(\frac{a}{b}\right) - \mu\psi\left(\frac{a}{b}\right)\right]$$

Dla $b = a$ t. j. przy nieistniejącym przewieszeniu: $b - a$ znachodzimy z powyższego zestawienia wyniki jak dla płyty swobodnie podpartej, w ust. 3.

Dla obszaru: $a \leqslant r \leqslant b$ mamy:

$$w = -\frac{pa^4}{32B(1+\mu)}\left[\varphi\left(\frac{a}{b}\right) - \mu\psi\left(\frac{a}{b}\right) - \varphi\left(\frac{r}{b}\right) + \mu\psi\left(\frac{r}{b}\right)\right] - \frac{Pb}{8B(1+\mu)}\left[(r^2-a^2)\,\varphi\left(\frac{a}{b}\right) - \mu(r^2-a^2)\,\psi\left(\frac{a}{b}\right) + r^2(1+\mu)\,\psi\left(\frac{a}{r}\right) - a^2(1+\mu)\,\psi\left(\frac{r}{a}\right)\right]$$

$$T = -\frac{Pb}{r} \text{ (excl. } r = a)$$

$$M = -\frac{pa^4}{16}(1-\mu)\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{b^2}\right) + \frac{Pb}{4}\left[\varphi\left(\frac{a}{b}\right) - \mu\psi\left(\frac{a}{b}\right) - \varphi\left(\frac{a}{r}\right) + \mu\psi\left(\frac{a}{r}\right)\right]$$

$$N = +\frac{pa^4}{16}(1-\mu)\left(\frac{1}{r^2}-\frac{1}{b^2}\right) + \frac{Pb}{4}\left[\varphi\left(\frac{a}{b}\right) - \mu\psi\left(\frac{a}{b}\right) + \psi\left(\frac{a}{r}\right) - \mu\varphi\left(\frac{a}{r}\right)\right]$$

Kładąc w powyższym zestawieniu $b = a$, a więc też $r = a = b$ znajdziemy niezależnie od wartości $P$ rezultaty: $w = 0$, $M = W_a = 0$, $N = V_a$ jak być powinno.

Symbole $\varphi(\ )$, $\psi(\ )$ przyjmują szczególne wartości $\varphi(1) = \psi(1) = 0$, nadto czynią zadość równości $\varphi(\ ) + \psi(\ ) = 2[1 - (\ )^2]$. Dla argumentów bliskich wartością 1 możemy w rozwinięciu potęgowym $ln(\ )$ zatrzymać tylko dwa pierwsze wyrazy; w ten sposób znajdziemy przybliżenia:

$$\varphi(\ ) = \sim 4\,[1 - (\ )], \quad \psi(\ ) = \sim -2\,[1 - (\ )]^2$$

Te uproszczone symbole czynią też zadość podanym wyżej zależnościom.

Pozostawiając sobie omówienie wypadków szczególnych jakie możemy zbadać przy użyciu tu podanych formuł do dalszych ustępów stwierdzimy tu jeszcze jeden fakt. Otóż momenty $M$, $N$ obszaru $r > a$ nie osiągają wartości większych od tych, które konstatujemy dla $M$, $N$ w obszarze $r \leqslant a$. Podaliśmy je tutaj dla zaokrąglenia całości i z narzucającego się obowiązku. W ustępach dalszych jednak zajmować się nimi nie będziemy.

## 6.

Omówimy krótko dwa proste wypadki szczególne.

Pierwszy z nich otrzymamy założywszy $P = 0$. Wprowadziwszy skrócenie:

$$k = \frac{1-\mu}{2}\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)$$

tudzież — jak w ust. 4 —:

$$K = \frac{p\,a^2}{8}\,k$$

możemy obecnie dla obszaru $r < a$ podać formuły:

$$M = W - K, \quad N = V - K$$

Tym samym stwierdziliśmy, że *przewieszenie płyty jest dla rozważanego obszaru identyczne z częściowym utwierdzeniem brzegu* $r = a$, charakteryzującym się współczynnikiem $k$ jak wyżej. Widzimy od razu, że z pewnością jest $k < \frac{1}{2}$. Przyjąwszy przewieszenia $b - a$ kolejno równe: $\frac{1}{3}a$, $\frac{2}{3}a$, i $a$ znajdziemy orientacyjne zestawienie jak niżej:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $\frac{a}{b} =$ | 0,75 | 0,60 | 0,50 |
| $\mu = \frac{1}{5}$ | $k =$ | 0,175 | 0,256 | 0,300 |
| $\mu = \frac{1}{3}$ | $k =$ | 0,146 | 0,213 | 0,250 |

Z zestawienia tego wynika, że osiągnięcie nawet wartości $k = 0{,}3$ jest mało prawdopodobne. Nawiązując przeto do naszych niedawnych uwag widzimy, że decydującym dla obliczenia grubości $e$ jest moment w środku płyty czyli, że jest:

$$L = M_0 = N_0 = W_0 - K = V_0 - K$$

Nie mniej jednak fakt $k \neq 0$ jest godnym podkreślenia jako charakterystyczna cecha ustrojów płytowych. Wiadomym jest, że przewieszenie pręta poza podpory w niczym nie wpływa na przebieg odnośnych momentów zginających.

Drugi wypadek szczególny otrzymamy kładąc $p = 0$. Oznaczywszy jeszcze krótko:

$$h = \varphi\left(\frac{a}{b}\right) - \mu\,\psi\left(\frac{a}{b}\right)$$

mamy tu dla obszaru $r < a$

$$M = N = \frac{P\,b}{4}\,h = C$$

Oczywiście jest tu:

$$L = C.$$

Interesującym jest, że rozwiązanie tak elementarnego zagadnienia nie obywa się bez funkcji przestępnych. „Od oka" oceniając powinno być $C = M_a = P\,(b-a)$. Jednakże ten w niektórych wypadkach bardzo bliski prawdy wzór nie jest tak samo przez się zrozumiały jakby się na pierwszy rzut oka wydawało. Jeśli mianowicie moment $M_a = C$ odnosi się do jednostki obwodu podparcia $2\,a\pi$, to dla obliczenia go należałoby siłę $P$ zebrać na obwodzie $2\,b\,\pi$ z długości $\frac{b}{a}$. Z drugiej jednak strony tak obliczony moment: $P\,\frac{b}{a}\,(b-a)$ należy pomniejszyć o sumę odnośnych składowych momentów południkowych rozsianych na dwóch długościach po: $b - a$ każda. Aby rzecz zbadać nieco dokładniej skorzystać musimy z cytowanych w poprzednim ustępie rozwinięć funkcji $\varphi\left(\frac{a}{b}\right)$, $\psi\left(\frac{a}{b}\right)$. Znajdziemy w ten sposób jako przybliżenie naszego rozwiązania:

$$C = \sim P\,(b-a)\left[1 + \frac{\mu}{2}\left(1 - \frac{a}{b}\right)\right]$$

Łatwo sprawdzić, że przy przewieszeniach: $b - a < \frac{2}{3}\,a$ tj. dla $\frac{a}{b} > 0{,}60$ daje powyższy wzór w porównaniu z dokładnym błąd przez niedomiar mniejszy od 5%. Dalsze przybliżenie zyskamy skreślając dodajnik zależny od $\mu$; dopiero wtedy otrzymamy:

$$C = \sim P\,(b-a)$$

Ta formuła daje błąd nie większy niż 5% przy przewieszeniach: $b - a > \frac{1}{3}\,a$ tj. dla $\frac{a}{b} > 0{,}75$.

Nie należy jednak zapominać, że w zagadnieniach dotyczących teorii płyt obciążenie $P$ nie pojawia się na ogół samodzielnie. Wobec tego dla momentu całkowitego (oczywiście przy założeniu, że pozostałe wpływy wyrażają się w sumie też momentem dodatnim, względnie ujemnym przekraczającym liczebnie $2\,C$) błąd odnośny będzie znacznie mniejszym. Możemy zatem stosować formułę przybliżoną w znacznie obszerniejszym zakresie, więc np. nawet do $\frac{a}{b} = 0{,}50$. Pamiętajmy przy tym, że błąd tak obliczonej grubości będzie o połowę mniejszy.

7.

Dalsze zastosowania rozwiązania podanego w ust. 5 znajdziemy przyjmując dla $P$ szczególne wartości uzależnione od $p$. Jedną

z takich ewentualności otrzymamy zakładając $Q = 0$ t. j.

$$P = \frac{p a^2}{2 b}$$

Najwidoczniej $P$ jest obecnie reakcją płyty podpartej na obwodzi $2 b \pi$ a obciążonej na polu $a^2 \pi$ współśrodkowego koła. Podstawiając powyższe w odnośnych wzorach nadto:

$$h = (1 - \mu)\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right) - 2 (1 + \mu) \ln \frac{a}{b}$$

znajdziemy w obszarze $r \leqslant a$:

$$M = W + K + C_*, \quad N = V + K + C_*$$

gdzie moment $K$ określono w poprzednim ustępie, zaś moment $C_*$ wynosi:

$$C_* = - \frac{p a^2}{4} (1 + \mu) \ln \frac{a}{b}$$

Zauważmy, że wobec $\frac{a}{b} < 1$ jest $\ln \frac{a}{b} < 0$ czyli zawsze jest $C_* > 0$. Wobec tego jest: $L = M_0 = N_0$. Ten wzór dla momentu zastępczego możemy też napisać następująco:

$$L = W_0 . \xi = V_0 . \xi$$

gdzie $W_0 = V_0 = \frac{p a^2}{16} (3 + \mu)$ jest znanym nam już momentem maxymalnym płyty swobodnie podpartej, a współczynnik $\xi$ wynosi:

$$\xi = 1 + \frac{1 - \mu}{3 + \mu} \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right) - 4 \frac{1 + \mu}{3 + \mu} \ln \frac{a}{b}$$

Dopuściwszy dla $\xi$ błąd nie przekraczający liczebnie 5% możemy w przedziale:

$0,4 \leqslant \frac{a}{b} \leqslant 1$ użyć bardzo prostego wzoru:

$$\xi = \frac{7}{2} - \frac{5}{2} . \frac{a}{b}$$

Reasumując widzimy, że płytę podpartą na okręgu skrajnym o promieniu $b$ i obciążoną równomiernie wewnątrz okręgu o promieniu $a < b$ należy przy obliczaniu momentów — a więc i grubości — traktować jak płytą wolnopodpartą na obwodzie $2 a \pi$ i obciążoną na całym polu $a^2 \pi$ zwiększając istotne ciśnienie $p$ do wartości $p \xi$. Zapamiętanie tego rezultatu nie nastręcza żadnych trudności. Mimo wszystko możliwe są zawsze pewne omyłki wynikające z przeoczenia znamiennego tu faktu. Oto rozpiętość płyty wynosi tu $2b$; jednak w rachubę wchodzi średnica pola faktycznie obciążonego. Nie ma w tym nic nadzwyczajnego, bo tak ustawiliśmy formułę. Warto jednak zauważyć następujące: Całkowita wypadkowa obciążenia wynosi $a^2 p \pi$. Jeśli obciążenie to zastąpimy statycznie równowartym o również stałym natężeniu $q$ ale rozmieszczonym wewnątrz okręgu $2 b \pi$ będzie $b^2 q \pi = a^2 p \pi$. Zatem możemy zastąpić w naszych rezultatach $a^2 p$ przez $b^2 q$ a przez to $\xi$ w niczym nie ulegnie zmianie, to znaczy — trzeba będzie ciśnienie zastępcze korygować tym samym liczebnie współczynnikiem zwiększającym. Wzorem wykluczającym wszelkie możliwe pomyłki byłby — rzecz obecnie jasna — ten, który nie zawierałby ani $p$ ani $q$ lecz całkowitą wypadkową obciążenia. Z uwagi na jednolitość przedstawienia sprawy nie podajemy go tutaj.

Współczynnik $\xi$ odnieśliśmy do obciążenia płyty albowiem w ten sposób zyskaliśmy najprostsze przedstawienie rzeczy. Możemy oczywiście odnieść go też do rozpiętości. Przedstawienie sprawy skomplikowałoby się wtedy nieznacznie. Musielibyśmy wtedy stwierdzić, że w miejsce promienia $a$ należy wstawić $a \sqrt{\xi}$; nie wydawało się to nam stosownym.

Omawiany wypadek ma oczywiście szerokie zastosowania w obliczeniach technicznych. Współczynnik powiększający $\xi$ wpływa na rachunek dość wybitnie. Tak np. dla $\frac{b}{a} = 0,5$ jest $\xi = 2,25$; liczbie tej odpowiada zgrubienie płyty o 50%. Przy obliczeniu płaskich den zbiorników pod ciśnieniem wewnętrznym promieniowi $b$ odpowiada oddalenie śrub względnie nitów od środka płyty, promieniowi $a$ okręg pewien w obszarze uszczelnienia, do którego dotarło ciśnienie $p$. Wartości $\frac{a}{b}$ będą tam z reguły dość duże; nie mniej jednak korekta $\xi$ i tak będzie odgrywać wyraźną rolę.

Opinię ostatnią naszą osłabia w pewnym stopniu inny fakt, którym tu nie zajmowaliśmy się. Otóż płyta wystaje nieco poza okręg śrub, co powoduje — jak nam już wiadomo — drobne pomniejszenie momentów. Poza tym zaś obecność śrub powoduje częściowe utwierdzenie brzegu $r = b$ i wywołuje również pomniejszenie momentów. Da się ono również przedstawić formułą $\frac{p a^2}{8} . \xi . k$ jednak $k$ będzie się wyrażać odmiennie aniżeli dotychczas. Wyznaczenie tego współczynnika wykracza znacznie poza ramy tej notatki, bo nie da się już ustalić przy użyciu rezultatów ust. 5. Rzecz jest poza tym i tak iluzoryczną, albowiem okręg $r = b$ zachowuje się inaczej w bliskim, a inaczej w dalszym sąsiedztwie śrub. Bardziej zresztą interesującym okaże się zagadnienie następne.

8.

W zagadnieniu tym płyta jest podparta na okręgu $2 a \pi$ na specjalnym występie przy-

ciskającym uszczelkę i przymocowana na okręgu $2 b \pi$ równomiernie ułożonymi śrubami do półki skonstruowanego na obrzeżu pierścienia. Cechą charakterystyczną zagadnienia jest to, iż między płytą a półką istnieje wystarczająco szeroka szpara, która pozwala na dociągnięcie śrub. Innymi słowy w stanie początkowym nieobciążona ciśnieniem użytkowym płyta jest już napięta momentami zginającymi, pochodzącymi od naciągu wstępnego śrub. Ów naciąg początkowy dla uproszczenia rachunku rozmieścimy równomiernie na obwodzie $2 b \pi$ a natężenie jego oznaczymy przez $P_0$. Wiemy już z ust. 7 że wywołuje on w obszarze $r \leqslant a$ niezależne od miejsca $r$ dwuosiowe równomierne zginanie momentami:

$$C_0 = \frac{P_0\, b}{4}\, h$$

z tamże podanym znaczeniem skrótu $h$.

W tym stanie uważajmy dla prostoty płytę za prostą względnie — powiedzmy ściślej — za wyprostowaną albo też — jeśli to komu nie odpowiada — pamiętajmy, że rzędne ugięcia $w$, które wywołamy za chwilę ciśnieniem roboczym $p$, mierzone są od początkowej napiętej postaci płyty. Wracając jeszcze raz do ust. 5 obliczamy w obszarze $r > a$ ile wynosi przemieszczenie $w$ na okręgu $b$ spowodowane wprowadzeniem samego tylko ciśnienia $p$. Znajdziemy w tej chwili:

$$w = \frac{p\, a^4}{32\, B\, (1 + \mu)} \, . \, h$$

przy czym dla prostoty wypisaliśmy tu bezwzględną wartość tego przemieszczenia notując sobie jedynie w pamięci jego zresztą zupełnie oczywisty znak ujemny; nie spowoduje to chyba żadnych nieporozumień.

Wprowadźmy dalej wielkość:

$$A = \frac{n\, d^2\, E_0}{8\, b\, l}$$

o wymiarze $kg/cm^2$, w której oznaczają: $n$ — ilość śrub na całym obwodzie $2 b \pi$, $d$ — ich średnicę, $E_0$ — stałą sprężystości ich materiału, wreszcie $l$ — napiętą długość jednej śruby. Najwidoczniej naciąg śrub po włączeniu ciśnienia $p$ maleje. Wartość $P$ tego naciągu zredukowana do jednostki długości obwodu $2 b \pi$ wynosi w tym nowym stanie:

$$P = P_0 - w\, .\, A$$

gdzie $w$ jest bezwzględną wartością wyżej podaną. Zadanie nasze wymaga obecnie stwierdzenia, który ze stanów jest dla płyty nie bezpieczniejszy — pierwotny tylko z dużym naciągiem $P_0$ czy też obecny z mniejszym wprawdzie naciągiem $P$, ale z dołączonym ciśnieniem $p$.

W tym celu wstawiamy powyższe $P$ wraz z $w$ w odnośne wzory ustępu 5 i otrzymujemy dla obszaru $r \leqslant a$:

$$M = W - K + C_0 - K_0$$

$$N = V - K + C_0 - K_0$$

gdzie $K$ zdefiniowano w ust. 6, zaś $K_0$ wynosi:

$$K_0 = \frac{w\, A\, b\, h}{4} = \frac{p\, a^4\, b\, h^2\, A}{128\, B\, (1 + \mu)}$$

Obecnie mamy wybrać między czterema wielkościami: $C_0$, $M_0 = N_0$ $M_a$ i $N_a$.

Pierwszy krok w tym kierunku stanowi oszacowanie wielkości $K + K_0$ t. j. wpływów przewieszenia płyty i odciążenia naciągu wstępnego śrub. Z natury rzeczy możemy oszacować ową sumę od dołu. Wielkość $K$ odgrywa w porównaniu z $K_0$ tak małą rolę, że wystarczy tu szacowanie:

$$K > 0$$

Dla wielkości:

$$K_0 = \frac{3\, n\, E_0\, (1 - \mu)\, a^4\, d^2\, h^2\, p}{256\, E\, e^3\, l}$$

możemy przyjąć warunki: $E_0 \geqslant E$, $l \leqslant 3\, e$, $d \geqslant e$, $a \geqslant 6\, e$, $n \geqslant 6$, $\mu \leqslant \frac{1}{3}$ wreszcie $h > 4\left(1 - \frac{a}{b}\right)$. Przy tych założeniach znajdziemy nierówność:

$$K_0 > 9\, a\, p^2 \left(1 - \frac{a}{b}\right)^2$$

Z tej ostatniej zaś wynika, że przy stosunkach $\frac{a}{b} < \sim 0{,}85$ zachodzić będzie zawsze nierówność:

$$K + K_0 > W_0 = V_0$$

gdzie — jak już wiemy — $W_0$ i $V_0$ są największymi wartościami $W$ i $V$. Nie należy jednak zapominać, że oceniając $K_0$ przyjęliśmy dość niekorzystne warunki. Mniejszej liczby śrub aniżeli $n = 6$ nie chcemy tu dopuścić, bo rachunek nasz mógłby zostać ze strony teoretycznej zakwestionowany. Największą wagę ma tu stosunek $\frac{a}{e}$; tak np. dla $a \leqq 12\, e$ okaże się, że nawet przy $\frac{a}{b} < \sim 0{,}95$ utrzymamy ostatnio wykazaną nierówność. Nie mniej należy zawsze z uwagi na różnorodność stosunków $\frac{a}{e}$ zbadać znak nierówności mię-

dzy badanymi tu momentami gdy $\frac{a}{b} > 0{,}8$. W dalszym ciągu przyjmiemy znak nierówności wyżej wykazany. Wtedy wracając do formuł na $M$ i $N$ konstatujemy:

$$C_0 > M_0 = N_0$$

Tym samym nie ukończyliśmy jednak jeszcze naszego badania, bo nie wiemy czy decydującym dla obliczenia nie okaże się moment podporowy $M_a$. W tym celu musimy jeszcze zbadać znak nierówności między $K + K_0$ a $C_0$.

Możemy pójść obecnie dwojaką drogą. Wiadomym jest, że bardzo często przy dokręcaniu nakrętek bywają śruby zrywane. Prowadzi to do wyznawanego przez niektórych konstruktorów zapatrywania, iż wielkość $C_0$ należy przyjąć z warunku osiągnięcia przez materiał śrub granicy płynności Przyjęcie to zamyka nam drogę do dalszego rozumowania, albowiem tak obliczone $C_0$ wyraża się wymiarami i parametrami śruby a nie płyty. Z tego też powodu spróbujemy tu innej drogi. Możemy to zrobić tym bardziej, że nowe, zapatrywanie będzie konstrukcyjnie bardziej poprawne, da się w pewnej mierze pogodzić z poprzednim a przez to nie doprowadzi nigdy ani do zbytniego przeciążenia płyty ani też śrub.

Najoczywiściej nasze dotychczasowe rozważania są ważne przy założeniu, że między płytą a podpierającym ją na okręgu $a$ występem istnieje wzajemne oddziaływanie $Q \neq 0$. Jednak ze wzrostem $p$ bezwzględna wartość tego oddziaływania maleje i w końcu przy pewnej wartości ciśnienia może zajść wypadek $Q = 0$; wtedy zaś — albo nieco potem — spadnie ciśnienie do zera i rachunek nasz będzie bezwartościowym. Przyjąwszy, że zbiornik sprawdzamy na próbne ciśnienie dochodzące do półtorakrotnej wartości ciśnienia roboczego musimy założyć, że przy tej wartości ciśnienia jest zbiornik jeszcze szczelnym i to z zapasem lub też nie. Z wszelką tedy pewnością możemy za punkt wyjścia dla obliczenia $P_0$ przyjąć założenie $Q = 0$ p r z y p o d w o j e n i u s i ę c i ś n i e n i a r o b o c z e g o $p$. Zbadamy obecnie rachunkowe konsekwencje takiego założenia pozostawiając uprzejmości czytelników przeliczenie dodatkowe odnośnych rezultatów dla założenia $Q = 0$ przy półtorakrotnej wartości $p$.

Wartość $Q$ podana została przez nas w ust. 5; wielkość $P$ została zdefiniowana przed chwilą. Wstawiając w miejsce $p$ wartość $2p$ zauważamy, że równocześnie podwajamy przemieszczenie $w$ (obliczone przed chwilą przy uwzględnieniu pojedyńczego $p$). Mamy przeto równanie:

$$(P_0 - 2\,w\,A)\,\frac{b}{a} - \frac{2\,p\,a}{2} = 0$$

z którego wynika:

$$P_0 = \frac{p\,a^2}{b} + 2\,w\,A$$

lub wyraźniej:

$$P_0 = \frac{p\,a^2}{b} + \frac{p\,a^4\,h\,A}{16\,B\,(1+\mu)}$$

Podstawiając powyższe w definicję momentu $C_0$ znajdziemy:

$$C_0 = \frac{p\,a^2\,h}{4} + 2\,K_0$$

lub wyraźniej:

$$C_0 = \frac{p\,a^2\,h}{4} + \frac{p\,a^4\,b\,h^2\,A}{64\,B\,(1+\mu)}$$

Wiadomym jest, że z wszelką pewnością jest: $h > 4\left(1 - \frac{a}{b}\right) > k = \frac{1-\mu}{2}\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)$ czyli: $\frac{p\,a^2\,h}{4} > 2\,K$. Zatem stwierdzamy: $C_0 > 2\,K + 2\,K_0$ a tym bardziej:

$$C_0 > K + K_0$$

Wiążąc ten rezultat z poprzednim dotyczącym wielkości $C_0$ i $M_0 = N_0$ dochodzimy wreszcie do poszukiwanego rezultatu głównego:

$$C_0 > M_0 = N_0 > N_a > M_a > 0$$

W podanych przeto warunkach d e c y d u j ą c y m d l a o b l i c z e n i a p ł y t y j e s t s t a n p o c z ą t k o w y, w y w o ł a n y j e d y n i e n a c i ą g i e m w s t ę p n y m ś r u b b e z c i ś n i e n i a u ż y t k o w e g o $p$. Tym samym zaś moment zastępczy wynosi:

$$L = C_0$$

Zajmiemy się obecnie przekształceniem $C_0$ do postaci bardziej nadającej się do stosowania bezpośredniego. Wstawiając do ostatniej formuły na $C_0$ wielkość $A$ otrzymamy:

$$C_0 = \frac{p\,a^2\,h}{128}\left[32 + 3\,\frac{E_0}{E}\,n\,h\,(1-\mu)\,.\,\frac{d}{l}\,.\,\frac{d}{e}\,.\,\frac{a^2}{e^2}\right]$$

Formuła ta—szczególnie jeśli chodzi o zastosowanie jej do obliczenia grubości płyty $e$ — jest dość zawiłą. Dla obliczenia grubości $e$ musielibyśmy rozwiązać tu równanie 5-go stopnia. Znaczne uproszczenie zyskamy ryczałtując któryś z czynników oczywiście nieco w górę. W niniejszym przyjmiemy

$$(1-\mu)\,.\,\frac{d}{l}\,.\,\frac{d}{e} = \frac{1}{3}$$

co wcale dobrze odpowiada warunkom faktycznym. Obecnie jest:

$$C_0 = \frac{p\,a^2\,h}{128}\left(32 + n\,h\,\frac{E_0}{E}\,.\,\frac{a^2}{e^2}\right)$$

Zważywszy na równość: $C_0 = L = \frac{e^2 \sigma}{6 \alpha^2}$ umotywowaną w ust. 1 znajdziemy dla $e$ równanie wprawdzie 4-go stopnia, ale dwukwadratowe:

$$e^4 - \frac{3 \alpha^2 p a^2 h}{2 \sigma} \cdot e^2 - \frac{3 \alpha^2 p a^4 h^2}{64} n \frac{E_0}{E} = 0$$

Równanie to najwidoczniej posiada na $e^2$ dwa pierwiastki, z których jeden jest tylko dodatni; odrzuciwszy pozostały ujemny mamy:

$$e^2 = \frac{3 \alpha^2 p a^2 h}{4 \sigma} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{n \sigma}{12 \alpha^2 p} \cdot \frac{E_0}{E}}\right)$$

skąd drogą pierwiastkowania wyznaczymy ostatecznie $e$.

Postąpimy tu nieco inaczej. Pomnóżmy mianowicie ostatni rezultat stronami przez: $\frac{\sigma}{6 \alpha^2}$. Otrzymamy w ten sposób z powrotem nową formułę na $C_0$ względnie $L$. Odnośny wzór przedstawimy w postaci analogicznej do tej, jakiej użyliśmy w ust. 7 t. j. wprowadzając moment typowy $W_0 = V_0 = \frac{p a^2}{16} (3 + \mu)$ i współczynnik $\zeta$ zwiększający ciśnienie $p$. Zatem:

$$L = W_0 \zeta = V_0 \zeta$$

z określeniem:

$$\zeta = \frac{2 h}{3 + \mu} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{n \sigma}{12 \alpha^2 p} \frac{E_0}{E}}\right)$$

Dla niezbyt małych $\frac{a}{b}$ możemy powyżej wstawić jeszcze $h = \sim 4 \left(1 - \frac{a}{b}\right)$; kompensując odnośmy błąd przyjmijmy stosunkowo małe $\mu$ więc np. $\mu = \frac{1}{5}$. Pozwólmy sobie wreszcie na dodatkową niezbyt właściwą ocenę $\frac{E_0}{E} = \alpha^2$, która pomniejsza $\zeta$ kompensując dotychczasowe niekorzystne przyjęcia. Otrzymamy w ten sposób najprostszą formułę:

$$\zeta = \frac{5}{2} \left(1 - \frac{a}{b}\right) \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{n \sigma}{12 p}}\right)$$

Ostatecznie przeto płyty z dociąganymi śrubami możemy liczyć jak zwyczajne wolnopodparte i obciążone na polu $a^2 \pi$ jednak zwiększając odnośne ciśnienie do wartości $p . \zeta$. Jest to — trzeba zaraz dodać — zwiększenie znaczne. Przyjmijmy dla przykładu: $n = 12$, $\sigma = 960$ $kg/cm^2$, to dla $p$ równych kolejno 20, 12, 8 $atn$ otrzymamy w tej samej kolejności:

$$\zeta = 20 \left(1 - \frac{a}{b}\right), \; 25 \left(1 - \frac{a}{b}\right), \; 30 \left(1 - \frac{a}{b}\right)$$

więc np. dla $\frac{a}{b} = 0{,}8$ otrzymamy kolejno: $\zeta = 4, 5, 6$. Zważmy, że zwiększając ciśnienie czterokrotnie, zwiększamy grubość płyty dwukrotnie. Jest to zmiana bardzo duża i w żadnym razie nie można przejść nad nią do porządku. Oczywiście godnym zastanowienia jest, czy żądania nasze nie były przypadkiem zbyt wygórowane. Należałoby przeto dodatkowo zbadać o ile zmienią się rezultaty gdy zażądamy, by już przy półtorakrotnym ciśnieniu roboczym znikała reakcja $Q$. Z układu stosunków widać jednak, że rachunek tego rodzaju jest bezlitosnym. Nie sądzę, aby można tu zarobić na współczynnikach $\zeta$ więcej aniżeli 20%, co zbyt sytuacji nie zmieni.

Wspomnieliśmy, że propozycję naszą obliczenia $P_0$ można w pewnej mierze pogodzić z inną domagającą się obliczenia płyty z założenia naciągu śrub do granicy płynności ich materiału. Oznaczmy przez:

$$S = \frac{a^2 p \pi}{n}$$

tę wartość siły naciągu $S$ jednej śruby, któraby jej odpowiadała gdyby naciąg wstępny $P_0$ był równy zeru. Tymczasem w zagadnieniu naszym napięcie maksymalne śruby wynosi:

$$S_0 = \frac{P_0 \, 2 b \pi}{n}$$

Wstawiając w powyższe $P_0$ wyznaczymy wyraźną wartość $S_0$ a stąd stosunek:

$$x = \frac{S_0}{S} = 2 + \frac{3}{16} (1 - \mu) \frac{E_0}{E} \frac{a^2 d^2 h}{l e^3}$$

lub w dobrym przybliżeniu dla $\frac{a}{b}$ bliskich jedności:

$$x = \sim 2 + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{a}{b}\right) \frac{a^2}{e^2} \frac{E_0}{E}$$

Widzimy stąd, że opinia nasza nie była zbyt poprawną. Niesłuszną jednak też jest i opinia odmienna. Projektując bowiem we wskazany tą odmienną propozycją sposób śruby i płytę nie zyskamy prawie nigdy założonej przy $2p$ szczelności zbiornika; dokręcając zaś śruby silniej dla zapewnienia tej szczelności, nie osiągnąwszy jeszcze tego celu zerwiemy śruby. Wszystko to stanie się dzięki temu, że wykładnik $x$ jest liczbą dużą. Polepszenie warunków konstrukcyjnych jest możliwe tylko wtedy, gdy obniżymy nasze wymogi szczel-

ności i gdy obliczając śruby na siły $S$ stosować będziemy dla nich współczynnik pewności na zerwanie (nie na przekroczenie granicy płynności) równy w przybliżeniu wykazanej liczbie $x$ (ściślej liczbie $x$ jaka wyniknie z rachunku z obniżoną szczelnością). Ponieważ w istocie naciąg śrub wynosi $S_0$ przeto w rzeczywistości w stanie początkowym materiał śrub będzie bliskim granicy wytrzymałości; wobec tego dalsze dokręcanie będzie automatycznie wykluczone. Wtedy zaś przeciążenie płyty będzie w konsekwencji też niemożliwe a szczelność będzie miała ściśle określone granice.

Roztrząsanie dodatkowych konsekwencji tej — przyznaję objektywnie — teoretycznej, bo dość nieoględnej propozycji, jak choćby wpływów starzenia się i innych natury raczej technologicznej nie należy do niniejszej notatki.

*Lwów, w grudniu 1937.*

---

*M. DAUTER, inż.*

# POMIARY ODBIORCZE TURBOZESPOŁU ASEA.

W roku 1936/37 został dostarczony do Elektrowni Miejskiej w Wilnie przez firmę ASEA turbozespół, składający się z dwóch prądnic prądu trójfazowego o 50 okresach, 6300 *V* między fazami, o łącznej mocy stałej na zaciskach 3700 *kW*, przy *cos* φ = 0,8, i odpowiadających powyższej mocy prądnic turbiny promieniowej przeciwbieżnej „Stal" o mocy 3750 *kW* przy ciśnieniu pary dolotowej 16 *ata*, przegrzanej do 350° *C*, przy temperaturze wody chłodzącej 15° *C*. Wzbudnica o napięciu wzbudzającym 110 *V* jest sprzężona z wałem jednego z generatorów bezpośrednio.

Turbina posiada zawór regulujący dopływ pary i jest zaopatrzona w zawór przeciążający, który zaczyna działać z chwilą, jak obciążenie turbiny przekracza 3000 *kW*.

Z turbozespołem dostarczono kondensator powierzchniowy zbudowany dla 700 *m³/godz.* wody chłodzącej przy temperaturze 15° *C*. Ponadto turbina jest zaopatrzona w „eżektorową pompę powietrzną"; zużywana przez tą pompę para w ilości około 140 *kg/godz.* podgrzewa wodę zasilającą (kondensat).

Urządzenie kondensacyjne posiada zespół pomp zaopatrzony w silnik; zużycie energii na uruchomienie pomp kondensacji ma wynosić 29 *kW*. Z silnikiem tym jest sprzężona pomocnicza turbinka; — kiedy pracuje silnik, wirnik turbinki również obraca się, a przez jego łopatki przepływa niewielka ilość pary; w razie przerwy prądu zasilającego silnik liczba obrotów zespołu zmniejsza się, powodując działanie czułego regulatora obrotów turbinki, który otwiera parowy zawór wlotowy i turbinka przejmuje całe obciążenie zespołu kondensacyjnego na siebie.

Umowa na dostawę przewiduje, że w charakterze rzeczoznawców do przeprowadzenia badań odbiorczych ma być wezwane Stow. Dozoru Kotłów w Warszawie, którego orzeczenia mają obowiązywać obie strony. Za podstawę do przeprowadzenia odbioru gwarancyjnego mają służyć, po za obowiązującą w tej mierze cze PN/R — 201.
umową i załącznikami, Polskie Normy Odbior-

O ile z winy dostawcy w przeciągu 1000 godzin nastąpią przerwy w ruchu, badania odbiorcze mają odbyć się w tymże terminie przewidzianym przez paragraf 5 PN/R — 201 lecz po usunięciu stwierdzonych braków[1]).

Dostawca udzielił pierwotnie następujących gwarancyj. Zużycie pary *bez tolerancji*[2]) łącznie z zapotrzebowaniem mocy przez wzbudnicę, lecz bez zużycia mocy przez pomocnicze maszyny kondensacyjne miało wynosić:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Przy obciążeniu | 3700 *kW* | i cos φ=1 | 5,16 *kg/kW/g* | |
| „ „ | 2000 | „ „ | 4,73 | „ |
| „ „ | 1950 | „ „ | 4,84 | „ |
| „ „ | 1300 | „ „ | 5,08 | „ |
| „ „ | 750 | „ „ | 5,75 | „ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| a przy cos φ=0,8 przy obc. | 3700 *kW* | 5,00 *kg/kW/g.* | |
| | 3000 „ | 4,74 | „ |
| | 2250 „ | 4,84 | „ |
| | 1500 „ | 5,06 | „ |
| | 750 „ | 5,70 | „ |

Wobec tego, że Zarząd Miasta zażądał kary konwencyjnej, gdyby zużycie pary obliczone zgodnie z paragrafem 63 PN/R — 201 zostało przekroczone, w wysokości 10% od sumy umówionej za każdy 1% przekroczenia — firma złożyła nowe zobowiązanie dotyczące zużycia pary a mianowicie przy cos φ = 1.

| | | | |
|---|---|---|---|
| przy obc. na zaciskach | 3000 *kW* | —4,7 *kg/kW/g.* | |
| | 2250 „ | 4,8 | „ |
| | 1500 „ | 5,02 | „ |
| | 750 „ | 5,7 | „ |

---

[1]) Zastrzeżenie bardzo ważne, gdyż na tym tle obserwowane były nieporozumienia pomiędzy dostawcą i odbiorcą.

[2]) Takie stanowisko dostawcy uważamy za jedynie słuszne, gdyż wprowadzając w celach konkurencyjnych żądania nieraz wygórowanej tolerancji, dostawca zasadnicze stawki zużycia pary świadomie obniża i tym wprowadza zamawiającego w błąd.

i zażądała wobec bardzo wysokich kar tolerancji ∓ 2% łącznie z zapotrzebowaniem mocy przez wzbudnicę, lecz bez zużycia energii na pomocnicze maszyny kondensacyjne i bez przecieku w dławnicach oraz bez zużycia pary przez eżektorową pompę powietrzną. W wypadku opóźnienia terminu odbioru gwarancyjnego z winy Zarządu Miasta, firma zastrzegła sobie prawo zastosowania tolerancji do liczb zużycia pary w wysokości 1/12% za każdy pełny miesiąc opóźnienia odbioru[3]).

Firma dostarczyła w myśl umowy przyrząd elektryczny do regulowania obrotów turbiny wprost z tablicy rozdzielczej i dwa przyrządy zabezpieczające od przekroczenia normalnej liczby obrotów o więcej niż o 10% i w związku z tym gwarantowała, że przy nagłej zmianie obciążenia o ¼ każdorazowej mocy, maksymalne odchylenie liczby obrotów przejściowo nie przekroczy 1,5% a po nastąpieniu stanu ustalenia 1%. Przy zrzuceniu pełnego ekonomicznego obciążenia na bieg jałowy maksymalne zwiększenie liczby obrotów miało nie przekroczyć 6% a po nastąpieniu stanu ustalenia 4%.

W kwestii szybkości uruchomienia turbozespołu wymagania Zarządu Miasta były posunięte bardzo daleko i firma zobowiązała się ustawić szybko-rozruchowy smoczek za pomocą którego ma osiągać 80%-wą próżnie w ciągu trzech minut i gwarantowała uruchomienie turbozespołu w ciągu 5 minut, a nawet poszła dalej, twierdząc, że w wypadkach nagłych zespół może być uruchomiony w ciągu jednej minuty. Firma powołała się przy tym na eksperyment przeprowadzony przy turbinie 7500 *kW*, kiedy to doprowadzono ją ze stanu zimnego do stanu całkowitego obciążenia w przeciągu 55 sekund.

W dniu 15 — 18 marca b. r. zostały przeprowadzone pomiary gwarancyjne tego turbozespołu.

Protokół wstępny spisany pomiędzy odbiorcą, dostawcą i reprezentantami Stow. Dozoru Kotłów w Warszawie przewidywał:

a) stwierdzenie zużycia pary przy obciążeniach 3000 *kW*. 2250 *kW*, 1500 *kW* i 750 *kW*,

b) sprawdzenie możności trwałej pracy turbozespołu przy obciążeniu 3750 *kW* i cos $\varphi = 1$,

c) sprawdzenie działania regulatora bezpieczeństwa,

d) sprawdzenie działania regulatora obrotów przy nagłym zrzuceniu pełnego obciążenia,

e) sprawdzenie temperatury łożysk,

f) sprawdzenie samoczynnego włączenia pomocniczej turbinki kondensacji,

g) sprawdzenie możności uruchomienia turbozespołu ze stanu zimnego do stanu pełnego obciążenia w ciągu 5 minut.

Przewidziane było, że turbozespół będzie obciążony opornikiem wodnym zanurzonym w rzece Wilii. Na przeciek wału przyjęto 0,8% zmierzonej ilości skroplin, zużycie na eżektory obliczono wg. stanu pary przed eżektorami zależnie od średnic dysz eżektorów. Ustalono, że wobec temperatury wody chłodzącej (około 1° *C*) nie odpowiadającej warunkom umowy (15° *C*) dla każdego obciążenia próżnia będzie nastawiana do wysokości odpowiadającej danemu obciążeniu wg. krzywych dostarczonych przez dostawcę.

Na żądanie kierownictwa Elektrowni miała być przeprowadzona próba pracy zespołu przy pełnym obciążeniu 3000 *kW* w najcięższych dla skraplacza warunkach, t. j. w warunkach pracy letniej, kiedy temperatura wody chłodzącej może wzrosnąć do 30° *C* i próżnia byłaby najgorszą.

Przed pomiarami turbozespół przepracował 918 godzin i wyprodukował 1279343 *kWh*.

Wobec niespodzianego ruszenia lodów podczas pomiarów i rozbicia opornika w rzece, większość pomiarów wypadło przeprowadzić przy obciążeniu siecią miejską, zwłaszcza, że i w twardości wody rzecznej nastąpiła duża zmiana (topnienie lodów i śniegu), co spowodowało znaczne zwiększenie oporów w oporniku; pomimo to cos $\varphi$ pozostawał w granicach 0,95 — 1,0 i pochodzące stąd pewne poprawki były uwzględnione na podstawie charakterystyk generatorów.

Względy bezpieczeństwa ruchu elektrowni, zaopatrującej miasto w prąd, krępowały znacznie program badań i stanęły na przeszkodzie operowaniu nagłym wzrostem zapotrzebowania pary w ilości kilkunastu ton. Dlatego próba szybkiego uruchomienia zespołu ze stanu zimnego była doprowadzona tylko do 1600 *kW* z obawy na przerzucenie wody z kotłów do turbiny.

**Wyniki pomiarów.**

Pomiary zużycia pary po przeliczeniu na warunki gwarancyjne dały następujące wyniki:

Pomiary zużycia pary przy 3000 *kW* oraz przy próżni odpowiadającej temperaturze wody chłodzącej około 30° *C* dały wyniki zadowalniające w tym sensie, że przy tych warunkach możliwość pracy turbiny przy 3000 *kW* została stwierdzona, zużycie pary wykazało wzrost około 13,8%.

Przy obciążeniach 3750 *kW* i próżni odpowiadającej temperaturze wody chłodzącej 15° *C* zużycie pary wynosiło 5,0 *kg/kW/g*.

Próby przeprowadzone w ciągu 5½ godzin przy maksymalnym trwałym przeciążeniu

---

[3]) Należy przypuszczać, że na umieszczenie tego żądania może więcej wpłynęły kwestie charakteru finansowego (terminy wpłat i t. p.), a nie obawa przed zwiększeniem zużycia pary w okresie czasu pomiędzy uruchomieniem turbozespołu a odbiorem gwarancyjnym.

| Obciążenie nomin. | | 1/4 | 2/4 | 3/4 | 4/4 |
|---|---|---|---|---|---|
| Obciążenie gwarancyjne . . . . | kW | 750 | 1500 | 2250 | 3000 |
| Gwarant. zużycie pary (bez tolerancji przewidzianej umową . . . . | kg/kWh | 5,7 | 5,02 | 4,8 | 4,7 |
| Zużycie pary zmierzone i przeliczone na warunki gwaranc.. . . . | kg/kWh | 5,57 | 5,0 | 4,78 | 4,68 |
| Odchylenie zmierzonego zużycia pary od gwarancji | % | —2,28 | —0,4 | —0,41 | —0,42 |
| Współczynniki miarodajnych przekroczeń. . . | | 1 | 4 | 4 | 3 |
| Średnie miarodajne przekroczenie (bez tolerancji przewidzianej umową . . . . . | % | | —0,56 | | |

3750 *kW*, z wahaniem do 4000 *kW*, wykazały nienaganną pracę turbiny jakkolwiek ciśnienie przy wlocie do turbiny wynosiło tylko 13,9 *atn*.

Próba uruchomienia ze stanu zimnego wykazała, że ogrzanie przewodów i turbiny. uruchomienie zespołu i obciążenie do 1600 *kW* było dokonane w przeciągu 3 minut i 50 sekund, wynik ten należy uznać za świetny.

Pompa wody chłodzącej przy pełnym otwarciu zaworu zużywała 27 *kW* przy manometrycznej wysokości ssania 3 *m* i przy wydajności pompy około 860 $m^3/g$ wody chłodzącej.

Sprawdzenie samoczynnego uruchamiania się turbinki pomocniczej do napędu pomp kondensacyjnych, jako też jej samoczynne wyłączanie się dało wyniki dodatnie. Liczba obrotów przy napędzie silnikiem elektrycznym wynosiła 1450 na minutę, a przy pracy turbinką 1390. Przy pełnym obciążeniu turbozespołu 3750 *kW* i całkowitym otwarciu zaworu pompy chłodzącej podwyższenie temperatury wynosiło 12° *C*.

Nagłe zrzucenie obciążenia z 3000 *kW* na 0 wykazało zmianę obrotów zespołu przejściowe 5,3% zaś stałe 3,3%.

Sprawdzanie regulatora bezpieczeństwa wykazało, że wyłącza on dopływ pary przy przekroczeniu normalnej ilości obrotów o około 9%.

Podczas próby długotrwałej przy obc. 3750 *kW* temperatura oleju ściekającego z łożysk oporowych była 39° *C* i 141° *C*, z łożysk generatora 39° *C* zaś dla skrajnych łożysk 46° i 48° *C*. Oliwa dopływowa posiadała temperaturę 38° *C* przy czym kondensat chłodzący oliwę posiadał na wejściu do chłodnicy temperaturę 32° *C*.

Temperatura powietrza chłodzącego generatora wynosiła na wejściu 25° *C* zaś na wyjściu dochodziła do 43,8° *C* wykazując maksymalne podgrzanie o około 19° *C*.

*BRONISŁAW CHUDZYŃSKI, inż.*

# OBLICZENIE NISKOPRĘŻNYCH PALNIKÓW GAZOWYCH.

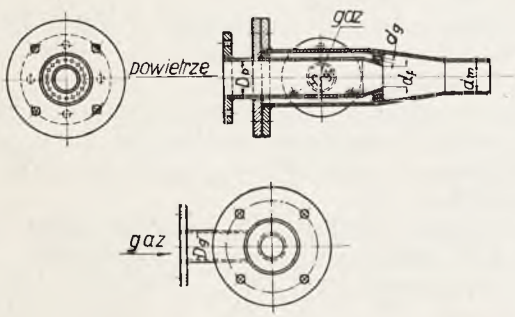
Używane w przemyśle palniki gazowe dadzą się podzielić na dwie wyraźne grupy:
1. Palniki wysokoprężne.
2. Palniki niskoprężne.

Pierwsze wymagają znacznego stosunkowo ciśnienia gazu. Są to bowiem jedno lub dwudyszowe smoczki gazowe, w których gaz sprężony jest czynnikiem aktywnym, zasysając niezbędne do swego spalania powietrze. Zależnie od rodzaju, spręż gazu waha się od 500 do 8000 *mm* słupa wody i więcej. Palniki te nadają się dla pieców, w których temperatura nie ulega wielkim zmianom i które pracują dłuższy okres czasu bez przezwy, w jednostajnych warunkach pracy. Zaletą ich jest prostota obsługi pieca, prostota i taniość instalacji pieca, nie wymagającej przewodów sprężonego powietrza, jedynie sieci przewodów gazu sprężonego; potrzebna jest jednak sprężarka gazowa tam, gdzie niema już sprężonego gazu z sieci dalekosiężnej.

Wadą natomiast tych palników jest ostry palący płomień, oraz wada wogóle wszystkich smoczków, to jest wrażliwość na przeciwciśnienie u wylotu palnika. Zmiana ciśnienia w piecu z tych lub innych przyczyn wpływa wybitnie na warunki pracy tych palników, rozstrajając nastawione na daną ilość gazu i powietrza palniki. W piecach więc, gdzie wymagana jest stale atmosfera redukująca, lub nieutralna, palniki wysokoprężne ustępują miejsca palnikom niskoprężnym, które w ostatnich czasach coraz więcej są stosowane w przemyśle, jako niewrażliwe na zmianę zewnętrznych warunków pracy, oraz jako dające płomień „miękki" łagodny. Pozwalają one ponadto na wyzyskanie ciepła odpadkowego dla pracy z podgrzanym powietrzem. Palniki niskoprężne spalają gaz o niskim ciśnieniu kilkudziesięciu do kilkuset milimetrów słupa wody; powietrze dla spalania gazu dopływa do palnika albo pod wpływem ciągu komina, albo

też jest wdmuchiwane do palnika przez wentylator. W tym ostatnim wypadku potrzebne są dwie sieci rurociągów: gazowych i powietrznych, instalacja jest więc nieco droższa. Stosowane obecnie palniki gazowe pracują z gazem dokładnie oczyszczonym, są to bowiem palniki precyzyjne, dające dokładną mieszankę gazu z powietrzem i spalające gaz z nadmiarem powietrza nie przekraczającym ok. 10% dla gazów bogatych i ok. 25% dla gazów biednych. Powietrze może być zimne, lub podgrzane do 200°—300°, lub jeszcze wyżej.

Palniki gazowe dają się dokładnie obliczyć na zadaną wydajność spalanego gazu,




Rys. 1

przy zadanym sprężu gazu i powietrza. Dla obliczenia palników wysokoprężnych stosuje się teorja smoczków, dostatecznie oświetlona w szeregu prac specjalnych.*) Obliczenia palników niskoprężnych natomiast nie da się podciągnąć pod jednostajny szablon i różni się ono, zależnie od budowy palnika

Należy tu rozróżniać trzy typy palników niskoprężnych:

1. Palniki, działające na zasadzie, podobnej do działania smoczków, w których jednak, w odróżnieniu od palników wysokoprężnych, niema zasysania jednego czynnika przez drugi, jest jedynie dokładne zmieszanie gazu z powietrzem, na co zużywa się energia sprężu i gazu i powietrza.

2. Palniki tak zwane „wirowe”, w których jeden, lub oba czynniki, wprawiane są w ruch wirowy, celem dokładnego zmieszania gazu z powietrzem przed spaleniem.

3. Palniki, w których oba czynniki podzielone są na równoległe cienkie strugi, naprzemian się ze sobą stykające, co pozwala na ich dokładne wymieszanie, przed spaleniem.

### I. Obliczenie palników niskoprężnych, typu podobnego do smoczków. (patrz rys. 1).

Dane do obliczenia:

Ilość gazu, którą ma spalić palnik $Q_g$ w $nm^3$/godz.

Spręż ogólny gazu w palniku $h_g$ w *mm* sł. w.

Temperatura gazu w palniku $t_g$ w °C

Waga właściwa gazu $\gamma_g$ w $kg/nm^3$.

Spręż ogólny powietrza w palniku $h_p$ w *mm* sł. w.

Temperatura powietrza w palniku $t_p$ w °C

Waga właściwa powietrza $\gamma_p$ w $kg/nm^3$

Ilość powietrza, niezbędnego do spalania, oblicza się z niezbędnym nadmiarem, na zasadzie analizy gazu, $Q_p$ w $nm^3/godz.$

Stąd ilość gazu na sekundę:

$$V_g = \frac{Q_g\,(t_g + 273)}{273\,.\,3600} \text{ w } m^3/sek.$$

Ilość powietrza na sekundę:

$$V_p = \frac{Q_0\,(t_p + 273)}{273\,.\,3600} \text{ w } m^3/sek.$$

Waga właściwa powietrza przy temperaturze $t_g$

$$\gamma_g' = \gamma_g \frac{273}{(t_g + 273)} \text{ w } kg/m^3.$$

Waga właściwa powietrza przy temperaturze $t_p$

$$\gamma_p' = \gamma_p \frac{273}{(t_p + 273)} \text{ w } kg/m^3.$$

Waga właściwa mieszanki gazu i powietrza:

$$\gamma_m \simeq \frac{Q_g\,\gamma_g + Q_p\,\gamma_p}{3600\,(V_g + V_p)} \text{ w } kg/m^3.$$

Średnica rury gazowej, doprowadzającej gaz do palnika:

$$D_g = \sqrt{\frac{4\,V_g}{\pi\,v_g'}} \text{ w } m \text{ przy czym } v_g' = 5 \text{ do } 7\ m/sek.$$

Takaż średnica rury powietrznej:

$$D_p = \sqrt{\frac{4\,V_p}{\pi\,v_p'}} \text{ w } m \text{ przy czym}$$

$$v_p' = 15 \text{ do } 18\ m/sek.$$

Szybkość wypływu gazu:

$$v_g = \sqrt{\frac{2\,g\,h_g}{\gamma_g'}} \text{ w } m/sek.$$

Szybkość wypływu powietrza:

$$v_p = \sqrt{\frac{2\,g\,h_p}{\gamma_p'}} \text{ w } m/sek.$$

Część żywej siły gazu i powietrza traci się na uderzenie strug gazowych i powietrznych o strugi mieszanki, poruszającej się

*) Patrz artykuły: Dr. Inż. T. Niemczynowski „O palnikach atmosferycznych“ („Technika Cieplna“ rok 1929, str. 126—186).

w mieszalniku z mniejszą szybkością $v_m$, przy czym powstają wiry, a stracona energia ruchu przechodzi w energię cieplną. Straty energii ruchu można wyrazić współczynnikiem redukcii ilości ruchu mieszanki $\mu = 0{,}6$ do $0{,}65$. Szybkość więc mieszanki w mieszalniku można określić z równania ilości ruchu obu czynników: gazu i powietrza:

$$v_m = \frac{(Q_p \gamma_p v_p + Q_g \gamma_g v_g) \mu}{3600 (V_p + V_g) \gamma_m} \text{ w } m/sek.$$

W wyrazie tym tylko część sumy ilości ruchu powietrza i gazu, określona współczynnikiem „$\mu$", idzie na wytworzenie ilości ruchu mieszanki gazu z powietrzem.

Stracona od uderzenia część energii gazu, według prawa Borda-Carnot będzie:

$$g_s = \frac{(v_g - v_m)^2 \gamma_g'}{2\, g} \text{ w } mm \text{ sł. w.}$$

Stracona część energii powietrza będzie analogicznie:

$$p_s = \frac{(v_p - v_m)^2 \gamma_p'}{2\, g} \text{ w } mm \text{ sł. w.}$$

Rzeczywista szybkość wypływu gazu z dysz palnika będzie więc:

$$c_g = \sqrt{\frac{2\, g\, (h_g - g_s)}{\gamma_g'}} \text{ w } m/sek.$$

Rzeczywista szybkość wypływu powietrza z dyszy palnika będzie analogicznie:

$$c_p = \sqrt{\frac{2\, g\, (h_p - p_s)}{\gamma_p'}} \text{ w } m/sek.$$

Przekrój dysz gazowych:

$$f_g = \frac{V_g}{\nu \,.\, c_g} \text{ w } m^2, \text{ gdzie } \nu \simeq 0{,}63$$

jest współczynnikiem wypływu gazu dla danej formy dyszy.

Stąd, po przyjęciu średnicy dyszy gazowej $d_g$ w $m$, otrzymuje się ich liczba $n$:

$$n = \frac{f_g}{\frac{\pi\, d_g^2}{4}}$$

Dla gazów bogatych i lekkich należy przyjmować małe wielkości dla $d_g$, przy dużej ilości dysz, aby w ten sposób zwiększyć płaszczyznę zetknięcia gazu z powietrzem i utrzymać dokładne zmieszanie gazu z wielką ilością powietrza, potrzebnego do spalania tych gazów.

Analogiczne dla powietrza:

$$f_p = \frac{V_p}{\nu' \; c_p} \text{ w } m^2, \text{ gdzie } \nu' \simeq 0{,}9$$

jest współczynnikiem wypływu powietrza, dla danej formy dyszy.

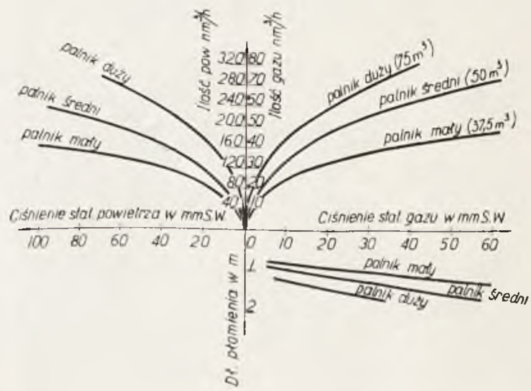
Średnica dyszy będzie:

$$d_p = \sqrt{\frac{4\; f_p}{\pi}} \text{ w } m.$$

Srednica mieszalnika będzie:

$$d_m = \sqrt{\frac{4\,(V_g + V_p)}{\pi \,.\, v_m}} \text{ w } m.$$

Powyższy rachunek zastosowano do obliczenia palników o wydajności gazu kokso-




Rys. 2

wnianego: 37,5 $nm^3/godz.$; 50 $nm^3/godz.$ i 75 $nm^3/godz.$ Oto obliczenie palnika dla gazu koksownianego, o wydajności $Q_g = 37{,}5\ nm^3/godz.$ Nadmiar powietrza przyjęto 10% Ilość powietrza obliczono dla gazu koksownianego, o wartości cieplnej $K = 3650\ kal/nm^3$, o wadze właściwej $\gamma_g = 0{,}682\ kg/nm^3$. Niezbędna ilość powietrza: $Q_p = 37{,}5 \,.\, 3{,}94 = 147{,}5\ nm^3/godz.$

Waga właściwa gazu, przy temperaturze gazu $t_g = 20^0$: $\gamma_g' = 0{,}635\ kg/m^3$.

Także waga powietrza, przy temperaturze powietrza $t_p = 15^0$: $\gamma_p' = 1{,}223\ kg/m^3$.

Ilość gazu na sekundę: $V_g = 0{,}0112\ m^3/sek.$

Ilość powietrza na sekundę: $V_p = 0{,}0432\ m^3/sek.$

Ogólne ciśnienie powietrza w palniku:

$$h_g = 30 + \frac{7^2}{19{,}62}\, 0{,}635 = 31{,}6 \ mm \text{ sł. w.}$$

Ogólne ciśnienie powietrza w palniku:

$$h_p = 75 + \frac{15{,}3^2}{19{,}62}\, 1{,}223 = 89{,}5 \ mm \text{ sł. w.}$$

Waga właściwa mieszanki:

$$\gamma_m = \frac{37{,}5 \,.\, 0{,}682 + 147{,}5 \,.\, 1{,}29}{3600\ (0{,}0112 + 0{,}0432)} = 1{,}1\ kg/m^2.$$

Szybkość wypływu gazu:

$$v_g = \sqrt{\frac{2\,.\,9{,}81\,.\,31{,}6}{0{,}635}} = 31{,}2\ m/sek.$$

Szybkość wypływu powietrza:

$$v_p = \sqrt{\frac{2\,.\,9{,}81\,.\,89{,}5}{1{,}223}} = 37{,}8\ m/sek.$$

Współczynnik redukcji ilości ruchu przyjęto $\mu = 0{,}62$.

Stąd szybkość mieszanki w mieszalniku:

$$v_m = \frac{(37{,}5\,.\,0{,}682\,.\,31{,}2 + 147{,}5\,.\,1{,}29\,.\,37{,}8)\ 0{,}62}{3600\ (0{,}0112 + 0{,}0432)\ 1{,}1} =$$

$$= 23\ m/sek.$$

Stracona część energii gazu:

$$g_s = \frac{(31{,}2 - 23)^2\ 0{,}635}{2\,.\,9{,}81} = 2{,}2\ mm \text{ sł. w.}$$

Stracona część energii powietrza:

$$p_s = \frac{(37{,}8 - 23)^2\ 1{,}223}{2\,.\,9{,}81} = 13{,}7\ mm \text{ sł w.}$$

Rzeczywista szybkość wyplywu gazu z dysz palnika:

$$c_g = \sqrt{\frac{2\,.\,9{,}81\,.\,(31{,}6 - 2{,}2)}{0{,}635}} \sim 30\ m/sek.$$

Rzeczywista szybkość wypływu powietrza z dyszy palnika:

$$c_p = \sqrt{\frac{2\,.\,9{,}81\,.\,(89{,}5 - 13{,}7)}{1{,}223}} = 34{,}8\ m/sek.$$

Płaszczyzna przekroju dysz gazowych:

$$f_g = \frac{0{,}0112}{30\,.\,0{,}63} = 0{,}00059\ m^2$$

Przyjęto średnicę jednej dyszy:

$$d_g = 0{,}0065\ m\ (6{,}5\ mm).$$

Stąd ilość dysz:

$$n = \frac{590}{33{,}18} \sim 18 \text{ dysz.}$$

Średnica dyszy powietrznej:

$$d_p = \sqrt{\frac{0{,}0432\,.\,4}{34{,}8\,.\,0{,}9\,.\,3{,}14}} \simeq 0{,}042\ m\ (42\ mm).$$

Średnica mieszalnika:

$$D_m = \sqrt{\frac{(0{,}0112 + 0{,}0432).4}{23\,.\,3{,}14}} = 0{,}055\ m\ (55\ mm).$$

Na wykonanych palnikach na gaz koksowniany, o wydajności 37,5 $nm^3/godz.$, 50 $nm^3/godz.$ i 75 $nm^3/godz.$ uskuteczniono próbne badania i przy czym mierzono wydajność i ciśnienie gazu, wydajność i ciśnienie powietrza, wreszcie długość płomienia; dokonano także analiz spalin celem ustalenia nadmiaru powietrza. Rezultaty zestawiono w wykresy, przedstawione na rys. 2. Jak widać z wykresów, obliczenie przekrojów palników zostało potwierdzone przez rzeczywistość, tak co do wydajności gazu i powietrza, jak i co do ciśnień.

Palniki dają długi płomień od 1 *m* do 1,6 *m* długości.

(c. d. n.)





Druk. „Zgoda" J. Klimczak i S-ka Zielna 47 Tel. 619-57.